a) Montrer que $(\vec{u}, \widehat{\vec{BM}}) + (\vec{u}, \widehat{\vec{BM'}}) \equiv 0 \quad [2\pi]$.

En déduire que la demi-droite [BA) est une bissectrice de l'angle $(\vec{BM}, \vec{BM'})$.

b) Montrer que z' est imaginaire pur si et seulement si $|z| = 1$.

c) En déduire la construction du point M' image d'un point M du cercle trigonométrique privé de B.

Exercice 26 :

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit Δ la droite d'équation $x = 2$ et A le point d'affixe 2.

1°/ Vérifier que Δ est l'ensemble des points M d'affixe z tels que $4 - z - \bar{z} = 0$.

2°/ Soit φ l'application de $P \setminus \Delta$ dans P, qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = \dfrac{4 - z\bar{z}}{4 - z - \bar{z}}$.

a) Montrer que z' est un nombre réel.

b) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z tel que $z' = k$ où k est un réel donné différent de 2.

3°/a) Montrer que pou tout nombre complexe z dont la partie réelle est différente de 2, on a : $|z' - z| = |z' - 2|$.

b) En déduire que pour tout point M de $P \setminus \Delta$, le point M' est l'intersection de la médiatrice de [AM] avec l'axe des abscisses.

4°/ Soit D la droite d'équation $x = 3$.

Pour tout point M de D, on désigne par M' le point φ(M) et par M'' le symétrique de M' par rapport à (AM).

Montrer que MM" = d(M",D)